

A.M.	ΕΠΙΘΕΤΟ	ΟΝΟΜΑ	ΕΤΟΣ ΕΓΓΡΑΦΗΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ
ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΜΑΥΡΙΔΗΣ (ΛΕΚΤΟΡΑΣ)

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ - ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΙΟΥΝΙΟΥ
19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

1. (20%) Ας είναι $n, k \in \mathbb{N}$ με $n > k > 2$. Θέτουμε

$$W(n, k) = \binom{n}{k} r^k g^{n-k}.$$

Δείξτε ότι

$$W(n, k) = rW(n-1, k-1) + gW(n-1, k).$$

2. (10%) Υπολογίστε, εφόσον αυτό είναι εφικτό, τα ακόλουθα

(i) $(-2)^{-4}$.

(ii) $(\sqrt{5} - 1)^{\sqrt{5}}$.

3. (20%) Επιλύστε τις ακόλουθες εξισώσεις διαφορών

(i) $y(t+1) - y(t) = t^3 + 3^t, \quad t \in \mathbb{N}$.

(ii) $y(t+2) - 2y(t+1) + y(t) = \binom{t}{5}, \quad t \in \mathbb{N}$.

4. (20%) Χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τον σχετικό ορισμό, υπολογίστε τα πολυώνυμα Bernoulli

$$B_0(t), \quad B_1(t) \quad \text{και} \quad B_2(t).$$

5. (10%) Βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης διαφορών

$$y(t+2) + 6y(t+1) + 3y(t) = 0, \quad t \in \mathbb{N}.$$

6. (20%) Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μεταβολής των παραμέτρων, επιλύστε την εξίσωση διαφορών

$$y(t+2) - 7y(t+1) + 6y(t) = t, \quad t \in \mathbb{N}.$$